7.4. Točke, pravci i ravnine u prostoru (PROŠIRENI SADRŽAJ)

Broj sati: 2

*Udžbenik: stranice 156. – 163.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

C.8.1. Skicira prikaz uspravnoga geometrijskog tijela u ravnini.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

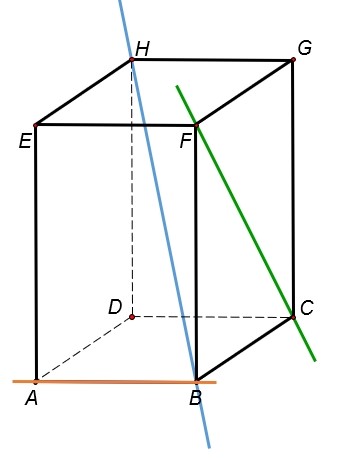
* **Točke, pravci i ravnine u prostoru (1)**

**Aktivnost 1 – Pravci u prostoru**

Odnose između točaka, pravaca i ravnina u prostoru uočavat ćemo na modelima geometrijskih tijela kocke i kvadra. Kocka i kvadar dijelovi su prostora.

Uz razgovor s učiteljem putem prezentacije (e-sfera: Geometrijska tijela -> Točke, pravci i ravnine u prostoru -> e-Matematika -> Pravci u prostoru) učenici uočavaju pravce na modelu kvadra.

Pravac je jednoznačno određen svojim dvjema točkama.



Na modelu kvadra ćemo promatrati pravce koji sadrže bridove

kvadra ili neke druge spojnice vrhova.

Npr.

* pravac ***AB*** sadrži **BRID** kvadra
* pravac ***CF*** sadrži **PLOŠNU DIJAGONALU** kvadra
* pravac ***BH*** sadrži **PROSTORNU DIJAGONALU** kvadra

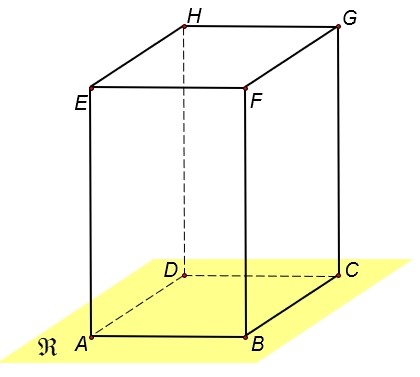
Učenici rješavaju zadatak 127. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Ravnine u prostoru**

Uz razgovor s učiteljem putem prezentacije (e-sfera: Geometrijska tijela -> Točke, pravci i ravnine u prostoru -> e-Matematika -> Ravnine u prostoru) učenici uočavaju ravnine na modelu kvadra.

Ravnine označavamo malim grčkim slovima *α*, β, π, ..., katkad velikim slovima P, M ili velikim pisanim slovima 

Strana *ABCD* kvadra *ABCDEFGH* pripada ravnini , ona je dio (podskup) te ravnine.



Ako želimo imenovati ravninu kojoj pripada strana kvadra

*ABCD* tada su nam dovoljne tri od četiri točke.

Ravnina je jednoznačno određena trima nekolinearnim točkama.

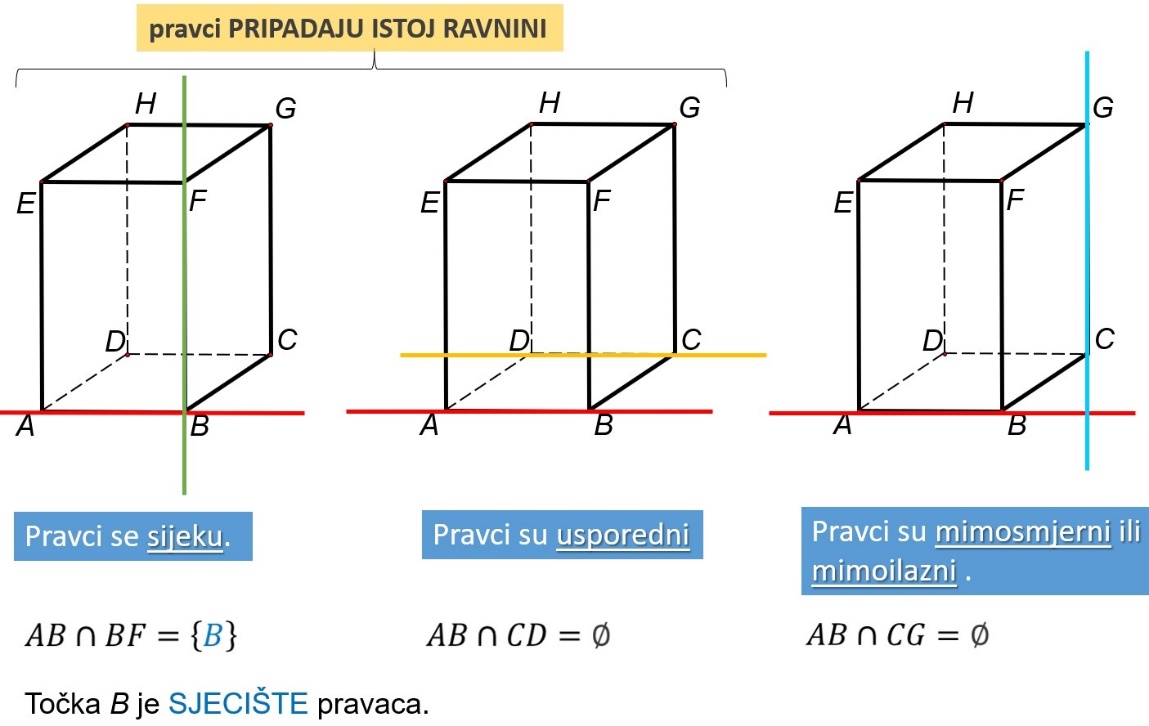
Ravninu kojoj pripada strana *ABCD* možemo nazvati ravnina *ABC* ili

ravnina *ABD* ili ravnina *BCD*.

Učenici rješavaju zadatak 128. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Međusobni položaj pravaca u prostoru**

Uz razgovor s učiteljem putem prezentacije (e-sfera: Geometrijska tijela -> Točke, pravci i ravnine u prostoru -> e-Matematika -> Dva pravca u prostoru) učenici uočavaju, na modelu kvadra, međusobne položaje dvaju pravaca u prostoru.



Dva pravca u prostoru mogu se podudarati ili biti različiti. Ako su različiti, tada mogu biti u sljedećim međusobnim položajima:

* pravci se sijeku (i pripadaju istoj ravnini)
* pravci su usporedni (i pripadaju istoj ravnini)
* pravci su mimoilazni (i ne pripadaju istoj ravnini).

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 10.* učitelj pokazuje na modelu kvadra međusobne položaje zadanih pravaca u prostoru .

Učenici rješavaju zadatke 129. – 135. ili Nastavni listić 1 te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1– prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 149., 156., 157., 160.
* Povežite i primijenite: 168.
* **Točke, pravci i ravnine u prostoru (2)**

**Aktivnost 1 – Ponovimo**

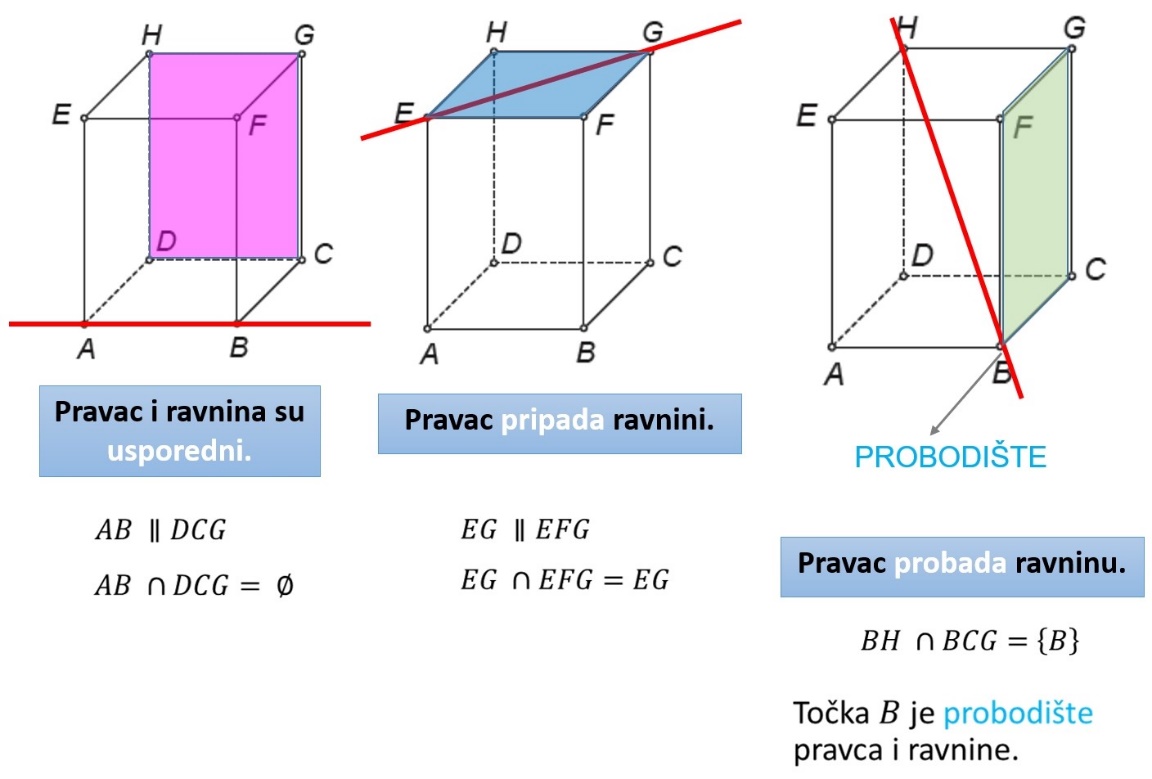
Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o međusobnim položajima dvaju pravaca u ravnini (vrednovanje za učenje).

Učenici odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Je li ravnina uvijek određena dvama pravcima? Objasnite.
* Kada dva pravca ne određuju jednu ravninu?
* U kakvom su međusobnom položaju dva pravca u prostoru koji imaju dvije zajedničke točke?
* U kakvomu međusobnom položaju mogu biti dva pravca u prostoru?

**Aktivnost 2 – Međusobni položaj pravca i ravnine u prostoru**

Uz razgovor s učiteljem učenici uočavaju, na modelu kvadra, međusobne položaje pravca i ravnine u prostoru.



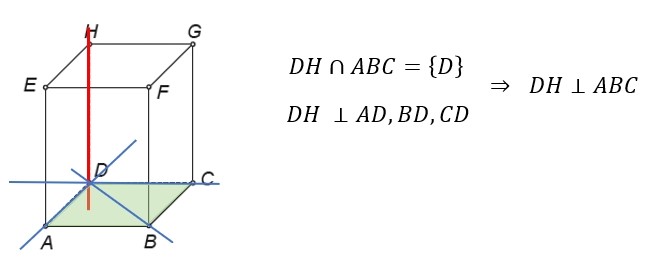
Pravac i ravnina u prostoru mogu biti u sljedećim međusobnim položajima:

* pravac pripada ravnini; pravac i ravnina imaju barem dvije zajedničke točke.
* pravac probada ravninu; pravac i ravnina se sijeku pa imaju samo jednu zajedničku točku, probodište.
* pravac je usporedan s ravninom; pravac i ravnina nemaju zajedničkih točaka.

**Aktivnost 3 – Okomitost pravca i ravnine**

Promotrimo i poseban slučaj kada pravac probada ravninu – slučaj kada je pravac okomit na ravninu.

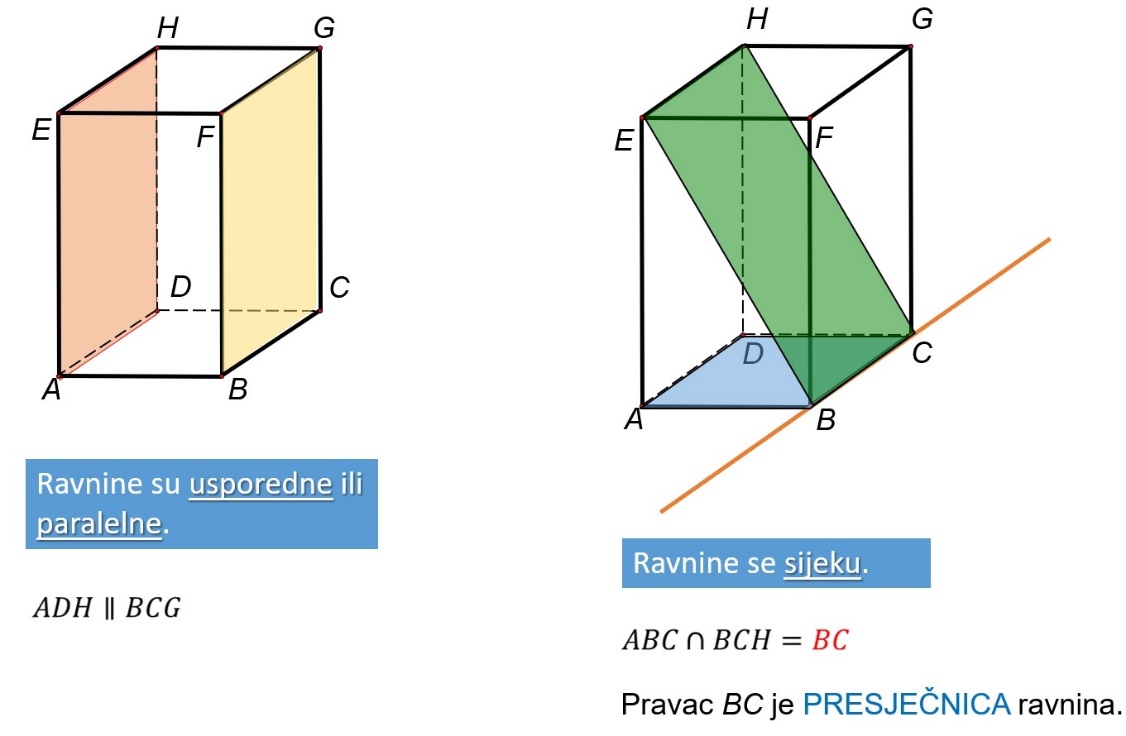
Pravac je okomit na ravninu ako je okomit na svaki pravac te ravnine koji prolazi probodištem.



Učenici rješavaju zadatke 136. – 138. ili Nastavni listić 2 te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Međusobni položaj ravnina u prostoru**

Uz razgovor s učiteljem putem prezentacije (e-sfera: Geometrijska tijela -> Točke, pravci i ravnine u prostoru -> e-Matematika -> Dvije ravnine) učenici uočavaju na modelu kvadra međusobne položaje dviju ravnina u prostoru.



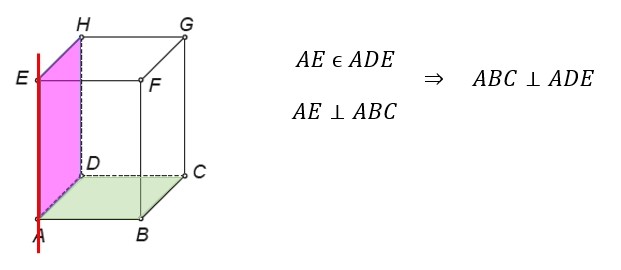
Dvije ravnine u prostoru mogu se podudarati ili biti različite. Ako su različite, mogu biti u sljedećim međusobnim položajima:

* ravnine se sijeku; imaju zajednički pravac koji nazivamo presječnica
* ravnine su usporedne; nemaju zajedničkih točaka.

**Aktivnost 5 – Okomitost ravnina**

I dvije ravnine koje se sijeku mogu biti okomite.

Dvije ravnine su međusobno okomite ako u jednoj od njih postoji pravac koji je okomit na drugu ravninu.



Učenici rješavaju zadatke 141. – 148. ili Nastavni listić 3 te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 6 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Geometrijska tijela -> Točke, pravci i ravnine u prostoru -> Matematika + -> provjera znanja Međusobni položaji pravaca i ravnina u prostoru (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 3, 5, 6 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Geometrijska tijela -> Točke, pravci i ravnine u prostoru -> Matematika + -> provjera znanja Međusobni položaji pravaca i ravnina u prostoru (kratki kviz)
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 6 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 153., 158., 159., 161., 164., 166., 167.
* Povežite i primijenite: 169.
* e-sfera: Geometrijska tijela -> Točke, pravci i ravnine u prostoru -> Matematika + -> provjera znanja Međusobni položaji pravaca i ravnina u prostoru (dugi kviz)

**Nastavni listići**

**Nastavni listić 1**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Istaknite tri pravca određena vrhovima kvadra koji prolaze točkom *B*. Koliko je ukupno takvih pravaca? |  |
| 1. Pripadaju li pravci *BF* i *DH* istoj ravnini? |  |
| 1. Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji je usporedan s pravcem *DE*. |  |
| 1. Istaknite i ispišite ravninu određenu vrhovima kvadra kojoj pripadaju pravci *BC* i *BH*. |  |
| 1. U kojem su međusobnom položaju pravci *BE* i *GC* sa slike? |  |

**Nastavni listić 2**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Istaknite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su usporedni s ravninom *ADE*.   Koliko je ukupno takvih pravaca? |  |
| 1. Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji pripada ravnini *ABC*, a usporedan s ravninom *BCH*. |  |
| 1. Koliko je ukupno pravaca određenih vrhovima kvadra koji probadaju ravninu *DBF* u točki *D*? |  |
| 1. Ispišite ravnine određene vrhovima kvadra kojima pripada pravac *FG* . |  |
| 1. Navedite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su okomiti na ravninu *DCG*, a pripadaju ravnini *ADE*? |  |

**Nastavni listić 3**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Istaknite ravninu određenu vrhovima kvadra usporednu s   ravninom *ADH*. |  |
| 1. Ispišite parove ravnina određenih vrhovima kvadra kojima je presječnica pravac *AB*. |  |
| 1. Ravnina *BCH* siječe ravninu *ABF* po pravcu *BE*. Obrazložite zašto. |  |
| 1. Ispišite pravac koji je usporedan s presječnicom ravnina *EFG* i *ACG*? |  |
| 1. Koliko je ravnina određenih vrhovima kvadra okomitih na ravninu *DCG*? Ispišite ih. |  |

**Rješenje nastavnog listića 1**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Istaknite tri pravca određena vrhovima kvadra koji prolaze točkom *B*. Koliko je ukupno takvih pravaca?   Ukupno je 7 pravaca koji su određeni vrhovima kvadra i sadrže vrh *B*. To su pravci *BA*, *BC*, *BD*, *BF*, *BG*, *BH* i *BE*. Svako rješenje koje sadrži tri od navedenih sedam pravaca je točno. |  |
| 1. Pripadaju li pravci *BF* i *DH* istoj ravnini?   Pravci *BF* i *DH* pripadaju istoj ravnini. To je ravnina *BFH*. |  |
| 1. Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji je usporedan s pravcem *DE*. |  |
| 1. Istaknite i ispišite ravninu određenu vrhovima kvadra kojoj pripadaju pravci *BC* i *BH*.   Pravci *BC* i *BH* određuju ravninu *BCH*. |  |
| 1. U kojem su međusobnom položaju pravci *BE* i *GC* sa slike?   Pravci *BE* i *GC* su mimoilazni. |  |

**Rješenje nastavnog listića 2**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Istaknite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su usporedni s ravninom *ADE*.   Koliko je ukupno takvih pravaca?  Šest je pravaca određenih vrhovima kvadra usporednih s ravninom *ADE*. To su pravci: *BC*, *CG*, *GF*, *BF*, *EG* i *CF*. |  |
| 1. Istaknite pravac određen vrhovima kvadra koji pripada ravnini *ABC*, a usporedan je s ravninom *BCH*.   Pravac koji pripada ravnini *ABC*, a usporedan je s ravninom *BCH* je *BD*. |  |
| 1. Koliko je ukupno pravaca određenih vrhovima kvadra koji probadaju ravninu *DBF* u točki *D*?   Četiri su pravaca određena vrhovima kvadra koji probadaju ravninu *DBF* u točki D. To su pravci: *AD*,*CD*,*GD* i *ED*. |  |
| 1. Ispišite ravnine određene vrhovima kvadra kojima pripada pravac *FG*.   Pravac *FG* pripada ravninama *FGH*, *FGD*, *FGC*. |  |
| 1. Navedite sve pravce određene vrhovima kvadra koji su okomiti na ravninu *DCG*, a pripadaju ravnini *ADE*?   Pravci koji su okomiti na ravninu *DCG*, a pripadaju ravnini *ADE* se *EH* i *AD*. |  |

**Rješenje nastavnog listića 3**

|  |  |
| --- | --- |
| * + 1. Istaknite ravninu određenu vrhovima kvadra usporednu s ravninom *ADH*.   S ravninom *ADH* usporedna je ravnina *BCG*. |  |
| * + 1. Ispišite parove ravnina određene vrhovima kvadra kojima je presječnica pravac *AB*.   Pravac AB presječnica je ravnina *ABC* i *ABG*, *ABC* i *ABF* te *ABF* i *ABG*. (Na slici je istaknut jedan od navedenih parova ravnina.) |  |
| * + 1. Ravnina *BCH* siječe ravninu *ABF* po pravcu *BE*. Obrazložite zašto.   Presječnica ravnina *BCH*(*E*) i *ABF*(*E*) je pravac *BE* jer je to jedini pravac koji pripada objema ravninama. |  |
| * + 1. Ispišite pravac koji je usporedan s presječnicom ravnina *EFG* i *ACG*?   Pravac *AC* usporedan je s pravcem *EG* koji je presječnica zadanih  ravnina. |  |
| * + 1. Koliko je ravnina određenih vrhovima kvadra okomitih na ravninu *DCG*? Ispišite ih.   Šest je ravnina okomitih na ravninu *DCG*(*H*) i to su: *ADH*, *ABC*, *BCG*, *EFG*, *BCH* i *ADG*. |  |